

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΕΠΑ.Λ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

04.06.2022

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Η παράγωγος της συνάρτησης  $f(x) = x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$  σελ. 28-29 σχολικό βιβλίο

**A2.** Ο ορισμός της διαμέσου σελ. 87 σχολικό βιβλίο

**A3.** α) Λ β) Σ γ) Λ

**A4.** α)  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

β)  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.**  $\bar{x} = \frac{25+10+5+20+15}{5} = \frac{75}{5} = 15$

$R = 25 - 5 = 20$

**B2.**  $s^2 = \frac{1}{v} \sum (t_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} [(5 - 15)^2 + (10 - 15)^2 + (15 - 15)^2 + (20 - 15)^2 + (25 - 15)^2] =$   
 $= \frac{1}{5} (100 + 25 + 0 + 25 + 100) = \frac{250}{5} = 50$

άρα  $s^2 = 50 \Rightarrow s = \sqrt{50} \Rightarrow s = 5\sqrt{2}$

**B3.**  $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{5\sqrt{2}}{15} = \frac{\sqrt{2}}{3} \cong \frac{1,4}{3} \cong 0,467$   
Άρα  $CV \cong 46,7\%$

όμως ένα δείγμα είναι ομοιογενές όταν ο  $CV$  δεν ξεπερνά το 10%. Συνεπώς, το δείγμα δεν είναι ομοιογενές, αφού  $CV > 10\%$ .

**ΘΕΜΑ Γ**

$f(x) = 9x^3 - 9x^2 + ax + 1, a, x \in \mathbb{R}.$

**Γ1.**  $f'(x) = 3x^2 - 18x + a$

Ο ρυθμός μεταβολής της  $f$  για  $x = 1$  είναι ίσος με μηδέν, άρα

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 3 \cdot 1^2 - 18 \cdot 1 + a = 0 \Rightarrow -15 + a = 0 \Rightarrow a = 15.$$

**Γ2.** Για  $a = 15$  είναι  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1, x \in \mathbb{R}$ .

$$f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$$

Η ζητούμενη εξίσωση εφαπτομένης είναι της μορφής  $y = \gamma x + \beta$ , με

$$\gamma = f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 18 \cdot 2 + 15 = 12 - 36 + 15 = 27 - 36 = -9, \text{ άρα } y = -9x + \beta. (1)$$

Επίσης, η γραφική παράσταση της εφαπτομένης διέρχεται από το  $M(2, f(2))$  με

$$f(2) = 2^3 - 9 \cdot 2^2 + 15 \cdot 2 + 1 = 8 - 36 + 30 + 1 = 8 - 6 + 1 = 3,$$

$$\text{οπότε η (1) για } x = 2, y = 3 \text{ γίνεται } 3 = -9 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = 21$$

Άρα η εξίσωση εφαπτομένης είναι  $y = -9x + 21$

**Γ3.**  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1, x \in \mathbb{R}$ ,

$$f'(x) = 3x^2 - 18x + 15 = 3(x^2 - 6x + 5)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 6x + 5) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\Delta = 36 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{6 \pm 4}{2} = \begin{cases} 5 \\ 1 \end{cases}$$

$x$	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'$		+	0	-	0	+	
$f$		↗		↘		↗	
			T.M		T.E		

Η  $f$  ↗ στο  $(-\infty, 1]$  και στο  $[5, +\infty)$

Η  $f$  ↘ στο  $[1, 5]$

Η  $f$  για  $x = 1$  παρουσιάζει T.M το  $f(1) = 1^3 - 9 \cdot 1^2 + 15 \cdot 1 + 1 = 1 - 9 + 15 + 1 = 8$

Η  $f$  για  $x = 5$  παρουσιάζει T.E το  $f(5) = 5^3 - 9 \cdot 5^2 + 15 \cdot 5 + 1 = -24$

$$\text{Γ4. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x^2 - x + 5)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(x-5)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-5)}{x+1} = \frac{3(1-5)}{1+1} = -6.$$

### ΘΕΜΑ Δ

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

Δ1. Πρέπει  $x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$ , άρα το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι  $A = \mathbb{R} - \{-1\}$  ή  $A = (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$

και η παράγωγος της συνάρτησης υπολογίζεται ως εξής:

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x+1}\right)' = \frac{(x)' \cdot (x+1) - x \cdot (x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

Δ2. Έχουμε

$$f'(2) = \frac{1}{(2+1)^2} = \frac{1}{9}$$

άρα

$$\bar{x} = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$$

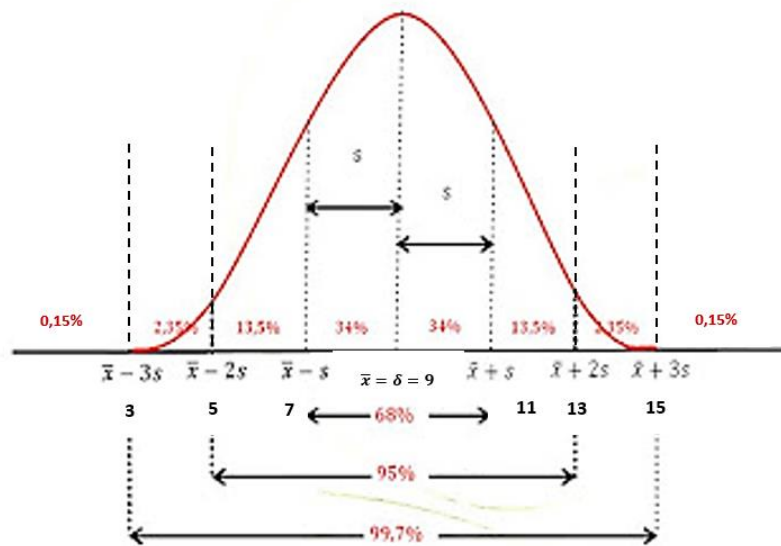
Και αντίστοιχα

$$f'(1) = \frac{1}{(1+1)^2} = \frac{1}{4}$$

με

$$S = \frac{1}{2f'(1)} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Δ3.



Σύμφωνα με την κανονική κατανομή:

από 5 έως 11 λεπτά έχουμε ποσοστό  $68\% + 13,5\% = 81,5\%$

Άρα οι μαθητές είναι  $\frac{81,5}{100} \cdot 2000 = 1630$  μαθητές

πάνω από 15 λεπτά έχουμε ποσοστό  $0,15\%$

Άρα οι μαθητές είναι  $\frac{0,15}{100} \cdot 2000 = 3$  μαθητές

**Δ4.** Αν ο χρόνος επιστροφής μαθητών αυξηθεί κατά 3 λεπτά, τότε οι νέοι χρόνοι είναι:

$$y_i = x_i + 3$$

Οπότε η νέα μέση τιμή είναι:

$$\bar{y} = \bar{x} + 3 = 9 + 3 = 12$$

και η νέα τυπική απόκλιση είναι:

$$s_y = s = 2$$

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΣΕ ΟΛΟΥΣ !**

Επιμέλεια : Αραμπατζής Φίλιππος, Λιπορδέζη Μάρθα, Σουλτανίδου Κική