

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ
26 Απριλίου 2022

ΘΕΜΑ Α:

A1. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

(Μονάδες 8)

A2. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - \rho$ ισούται με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$. Είναι δηλαδή $v = P(\rho)$.

(Μονάδες 7)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λανθασμένες.

- α. Η γραφική παράσταση μίας άρτια συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον $x'x$.
- β. Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ είναι περιττή.
- γ. Για κάθε γωνία ω , ισχύει ότι $|\eta\mu\omega| \leq 1$.
- δ. Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό ίσο με μηδέν.
- ε. Η εξίσωση $\sigma\upsilon\nu x = \alpha$ με $\alpha > 1$ είναι αδύνατη.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β:

B1. Να λύσετε τα συστήματα:

i.
$$\begin{cases} x - 7y = 3 \\ 2x - 10y = -4 \end{cases}$$

ii.
$$\begin{cases} x + 3y + 1 = 0 \\ xy = -2 \end{cases}$$

(Μονάδες 9 (4 + 5))

B2. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

i. $\eta\mu x = \eta\mu \frac{\pi}{5}$

ii. $2\sigma\upsilon\nu x = \sqrt{3}$

iii. $\sigma\phi x = -\sqrt{3}$

iv. $\eta\mu \left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\sigma\upsilon\nu x$

(Μονάδες 16)

ΘΕΜΑ Γ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 7 + 3\sqrt{x - 4}$

Γ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(Μονάδες 6)

Γ2. Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα.

(Μονάδες 6)

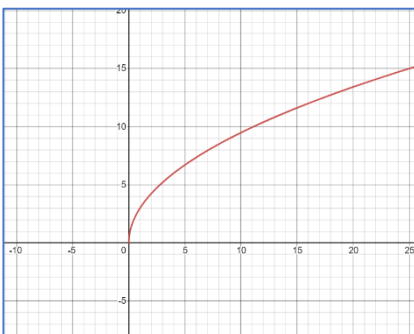
Γ3. Να αποδείξετε ότι η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 4$.

(Μονάδες 7)

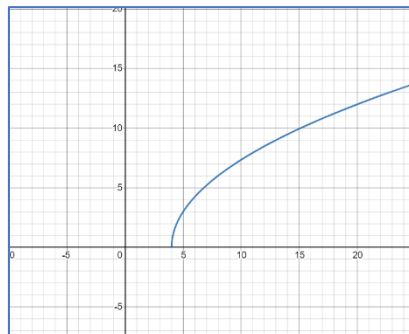
Γ4. Ποια από τις παρακάτω παραστάσεις είναι η γραφική παράσταση της $f(x)$;

Να δικαιολογήσετε της απάντησης σας.

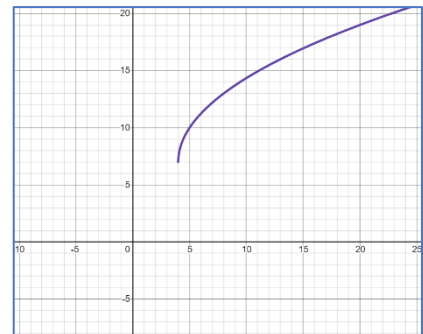
(Μονάδες 6)



Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3

ΘΕΜΑ Δ:

Θεωρούμε το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \lambda x^2 + \mu x + 6$, με $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ το οποίο έχει παράγοντα το $(x - 1)$ και όταν διαιρούμε $P(x) : (x + 1)$ παίρνουμε υπόλοιπο 6.

Δ1.

- i. Να δείξετε ότι $\begin{cases} \lambda + \mu = -8 \\ \lambda - \mu = 2 \end{cases}$
- ii. Να δείξετε ότι $\lambda = -3$ και $\mu = -5$.

(Μονάδες 6)

Δ2. Να εξετάσετε εάν οι τιμές 2 και -2 είναι ρίζες του $P(x)$.

(Μονάδες 4)

Δ3. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

(Μονάδες 5)

Δ4. Να λύσετε την ανίσωση $2x^3 - 2x^2 + x \geq x^2 + 6(x - 1)$.

(Μονάδες 5)

Δ5. Να κάνετε την διαίρεση $P(x) : (x^2 + x - 2)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

(Μονάδες 5)

Καλή επιτυχία!