

ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

26/04/2022

ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να αποδείξετε ότι  $\log_a \theta^k = k \log_a \theta$ , όπου  $k \in \mathbb{R}$ ,  $\theta > 0$ ,

$0 < a \neq 1$ .

Μονάδες 15

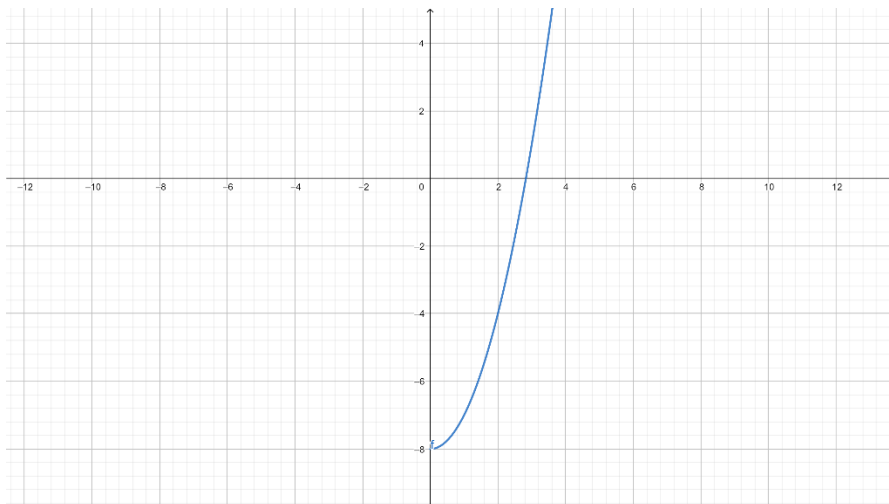
**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λανθασμένες.

1. Σε ένα σταθερό πολυώνυμο  $P(x)$  ισχύει ότι  $P(1) = P(2)$ .
2. Ισχύει ότι  $\log_a a = 1$ , για κάθε  $a \in \mathbb{R}$ .
3. Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου  $P(x)$  με το  $x - \rho$ , ισούται με  $P(\rho)$ .
4. Ισχύει ότι  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \eta\mu x$ .
5. Η συνάρτηση  $f(x) = e^x$ , είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται μέρος γραφικής παράστασης μια άρτια συνάρτησης  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .



**B1.** Να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  αφού μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιο σας.

Μονάδες 5

**B2.** Να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας της  $f$ , το ακρότατο και τη θέση ακροτάτου.

Μονάδες 8

**B3.** Αν  $f(x) = x^2 - 8$ , να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης  $g$ , η οποία προκύπτει από μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $f$ , κατά δύο μονάδες προς τα δεξιά και μία μονάδα προς τα πάνω και να τη σχεδιάσετε στο σχήμα του ερωτήματος B1.

Μονάδες 6

**B4.** Να λύσετε το σύστημα 
$$\begin{cases} x + y = \ln e \\ f(x) + 2 \log_2 16 + y^2 = 1 \end{cases}$$

Μονάδες 6

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται  $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu^2(\pi - x) - 3\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 2$ .

**Γ1.** Να δείξετε ότι  $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu^2 x - 3\sigma\upsilon\nu x + 2$ .

Μονάδες 6

**Γ2.** Να εξετάσετε αν η  $f$  είναι άρτια ή περιττή.

Μονάδες 6

**Γ3.** Να λύσετε την εξίσωση  $2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 15 + f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$ .

Μονάδες 7

Γ4. Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις  $f, g$  έχουν κοινά σημεία, όπου

$$g(x) = 2\eta\mu^2 x + 9\sigma\upsilon\nu x - 9.$$

Μονάδες 6

#### ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = (2a^3 - a)^x$ ,  $g(x) = \log(x^3 + 1)$ .

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $g$ .

Μονάδες 6

Δ2. Να βρείτε την τιμή του  $a \in \mathbb{R}$ , ώστε η  $f$  να είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ .

Μονάδες 6

Δ3. Να λύσετε την ανίσωση  $-4^{x+1} + 8 \cdot 2^{x-1} \leq f(0) + g(0)$ ,  $a \in \mathbb{R} - \left\{0, \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

Μονάδες 7

Δ4. Αν επιπλέον δίνεται η παράσταση  $A = \frac{10^{1-\log_5 8} + \log_5 8 - 2 \log_5 10}{\log_5 4 + \log_5 \frac{1}{2}}$  και το

πολυώνυμο

$P(x) = Ax^3 - x \log 2 - 2 \log \sqrt{5}$ . Να δείξετε ότι το  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x - 1$ .

Μονάδες 6

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ