

1^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ
 ΔΕΥΤΕΡΑ 3 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2022
 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
 ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει ότι $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.

Μονάδες 7

A2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\eta\mu\omega = 1$, τότε υποχρεωτικά θα είναι $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$.

β) Ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \eta\mu\alpha$.

γ) Αν $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, τότε $\varepsilon\varphi\omega < 0$.

δ) Αν η ελάχιστη τιμή μιας συνάρτησης f είναι το 1, τότε η C_f δεν τέμνει τον άξονα xx' .

ε) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \varepsilon\varphi x$ είναι συμμετρική ως προς τον άξονα yy' .

Μονάδες 10

A4. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

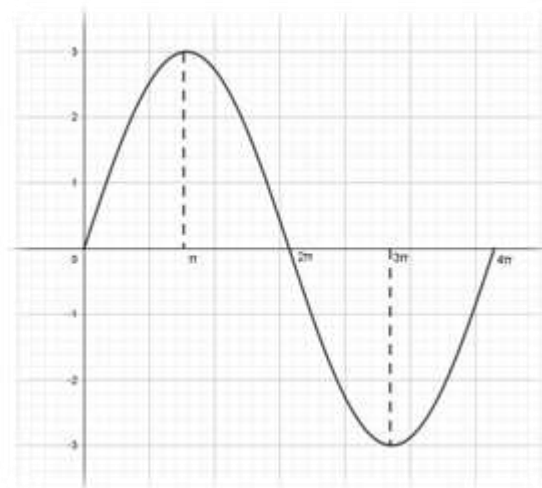
Το διπλανό σχήμα παριστάνει μέρος της γραφικής παράστασης της συνάρτησης:

α) $f(x) = 3\eta\mu x$

β) $f(x) = 3\eta\mu 2x$

γ) $f(x) = 3\sigma\upsilon\nu 2x$

δ) $f(x) = 3\eta\mu \frac{x}{2}$



Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Β

B1. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} (\lambda+1)x+2y=3 \\ 4x+(\lambda-1)y=-6 \end{cases}$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

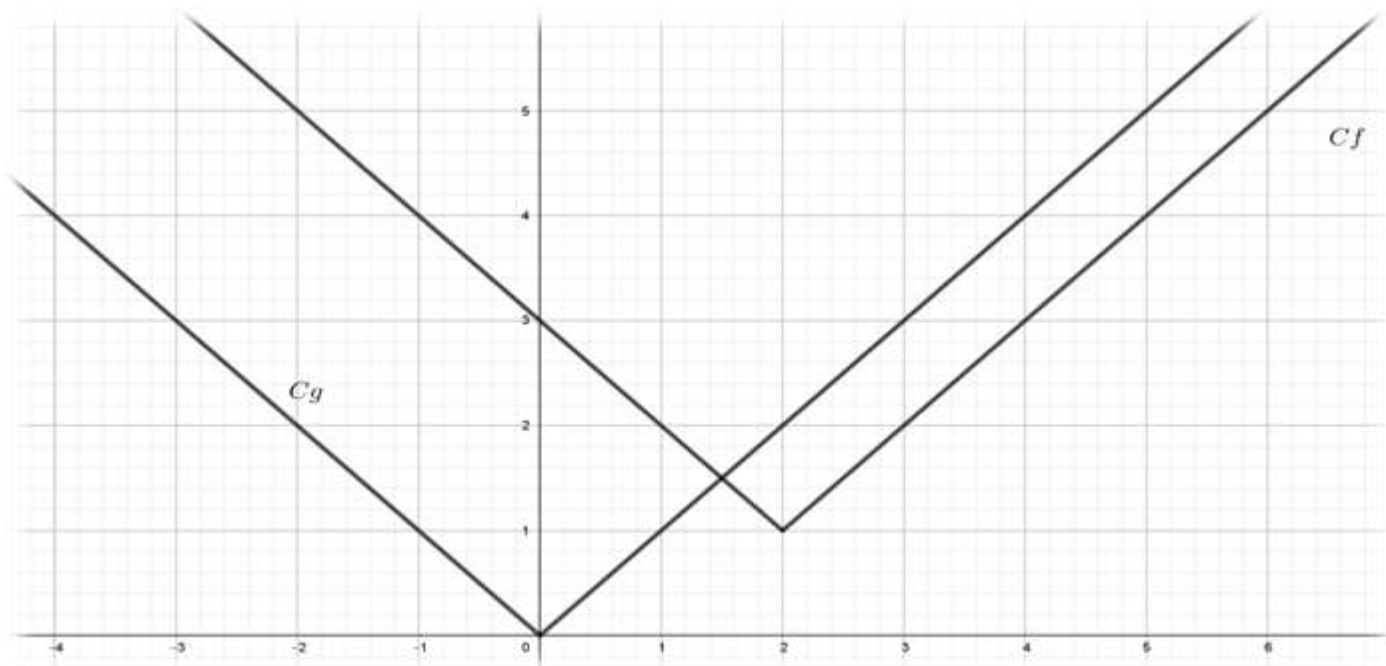
A. Αν $\lambda=3$, να δείξετε ότι το σύστημα είναι αδύνατο.

B. Αν $\lambda=0$, να δείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση, την οποία και να προσδιορίσετε.

Γ. Αν $\lambda=-3$, να δείξετε ότι το σύστημα έχει άπειρες λύσεις και να βρείτε μια από αυτές.

Μονάδες 4+4+5

B2. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g , οι οποίες ορίζονται στους πραγματικούς αριθμούς. Η γραφική παράσταση της g προκύπτει από τη γραφική παράσταση της f με οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση.



Από τις γραφικές παραστάσεις, να βρείτε:

A. Τα διαστήματα μονοτονίας της f , το είδος του ακρότατου της f και την τιμή του.

B. Αν $g(x)=|x|, x \in \mathbb{R}$, να επιλέξετε ποιος από τους παρακάτω είναι ο τύπος της συνάρτησης f . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

i. $f(x)=|x-2|-1, x \in \mathbb{R}$

iii. $f(x)=|x+2|-1, x \in \mathbb{R}$

ii. $f(x)=|x+2|+1, x \in \mathbb{R}$

iv. $f(x)=|x-2|+1, x \in \mathbb{R}$

Μονάδες 7+5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι γωνίες ω, φ , για τις οποίες γνωρίζουμε ότι:

- $5\eta\mu^2\omega - 13\eta\mu\omega + 6 = 0$
- $\omega + \varphi = \pi$
- $\eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega < 0$

Γ1. Να αντιστοιχήσετε καθέναν από τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της στήλης Α με έναν από αυτούς της στήλης Β ώστε να είναι μεταξύ τους ίσοι.

Στήλη Α

- i. $\eta\mu(\pi - \omega)$
- ii. $\sigma\upsilon\nu(-\omega)$
- iii. $\epsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right)$
- iv. $\epsilon\varphi(2022\pi + \omega)$

Στήλη Β

- A. $-\sigma\upsilon\nu\varphi$
- B. $\sigma\varphi\varphi$
- C. $\eta\mu\varphi$
- D. $-\epsilon\varphi\varphi$

Μονάδες 4

Γ2. Να δείξετε ότι $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$.

Μονάδες 5

Γ3. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας φ .

Μονάδες 7

Γ4. Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία x , με $x \neq \kappa\pi, \kappa \in \mathbb{Z}$, ισχύει ότι $(1 - \sigma\upsilon\nu x)(1 + \sigma\upsilon\nu x)\left(\frac{1}{\eta\mu^2 x} - 1\right) = \sigma\upsilon\nu^2 x$.

Μονάδες 4

Γ5. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$K = \frac{25(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)(1 + \sigma\upsilon\nu\varphi)\left(\frac{1}{\eta\mu^2\varphi} - 1\right) - 5\eta\mu(2021\pi - \omega) + 18\sigma\upsilon\nu\frac{11\pi}{3}}{-\epsilon\varphi\omega \cdot \sigma\varphi\varphi}$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha + \beta \cdot \eta\mu(\omega x)$, όπου $\beta < 0$ και $\alpha, \omega \in \mathbb{R}$. Αν η συνάρτηση έχει περίοδο $T = 4\pi$, διέρχεται από το σημείο $A(\pi, -1)$ και έχει μέγιστη τιμή το 3, τότε:

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1, \beta = -2, \omega = \frac{1}{2}$.

Μονάδες 6

Δ2. Να χαράξετε την γραφική παράσταση της f σε πλάτος μιας περιόδου.

Μονάδες 5

Δ3. Με βάση το παραπάνω σχήμα, για ποιες τιμές του $x \in [0, 4\pi]$ ισχύει $\eta\mu \frac{x}{2} < 0$;

Μονάδες 4

Δ4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $f(2x) = 2$

ii. $1 - f(x) = 2\sigma\upsilon\nu \frac{x}{2}$

Μονάδες 10