

1^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ
 ΣΑΒΒΑΤΟ 9 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2021

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
 ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει ότι $\varepsilon\varphi\omega \cdot \sigma\varphi\omega = 1$.

Μονάδες 6

A2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\eta\mu\omega = 1$, τότε υποχρεωτικά θα είναι $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$.

β) Ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \eta\mu\alpha$.

γ) Αν $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, τότε $\varepsilon\varphi\omega < 0$.

δ) Αν η ελάχιστη τιμή μιας συνάρτησης f είναι το 1, τότε η C_f δεν τέμνει τον άξονα xx' .

ε) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \varepsilon\varphi x$ είναι συμμετρική ως προς τον άξονα yy' .

Μονάδες 10

A4. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

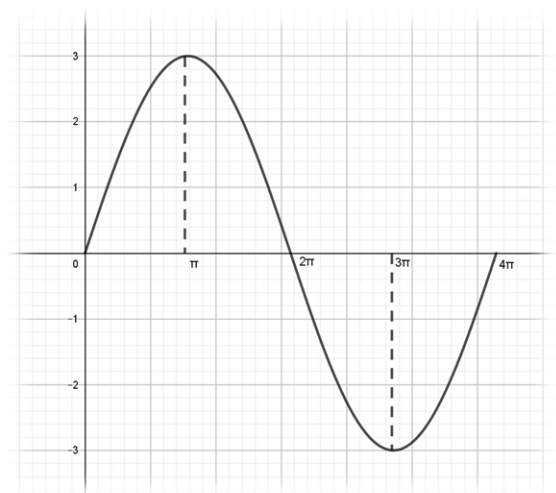
i. Το διπλανό σχήμα παριστάνει μέρος της γραφικής παράστασης της συνάρτησης:

α) $f(x) = 3\eta\mu x$

β) $f(x) = 3\eta\mu 2x$

γ) $f(x) = 3\sigma\upsilon\nu 2x$

δ) $f(x) = 3\eta\mu \frac{x}{2}$



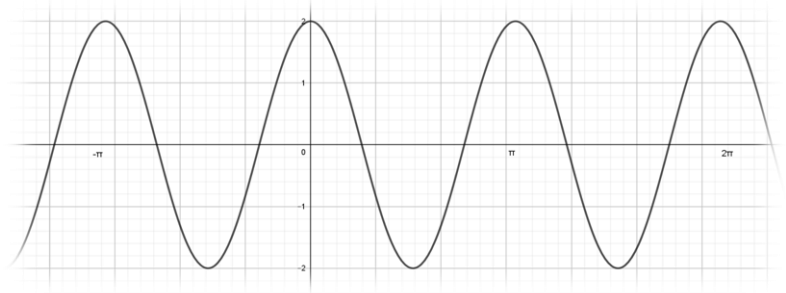
ii. Το διπλανό σχήμα παριστάνει μέρος της γραφικής παράστασης της συνάρτησης:

α) $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu x$

β) $f(x) = 2\eta\mu 2x$

γ) $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu 2x$

δ) $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu \frac{x}{2}$



Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} + \frac{1 + \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x} \quad \text{και}$$

$$B = \frac{\eta\mu(7\pi + x) \cdot \eta\mu\left(\frac{11\pi}{2} - x\right)}{\eta\mu(13\pi - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(38\pi - x)} + \epsilon\varphi(x - \pi) \cdot \epsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} - x\right).$$

B1. Να αποδείξετε ότι $A = \frac{2}{\eta\mu x}$.

Μονάδες 7

B2. Να αποδείξετε ότι $B = 2$.

Μονάδες 8

B3. Αν επιπλέον για την γωνία x ισχύει ότι $A \cdot B = 5$ και $\frac{\pi}{2} < x < \pi$:

i. Να δείξετε ότι $\eta\mu x = \frac{4}{5}$.

ii. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - |x| - 2}{|x| + 1}$.

Γ1. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή.

Μονάδες 4

Γ2. Να απλοποιήσετε τον τύπο της $f(x)$, δείχνοντας ότι $f(x) = \begin{cases} x-2, & x \geq 0 \\ -x-2, & x < 0 \end{cases}$.

Μονάδες 4

Γ3. Να χαράξετε την γραφική παράσταση της f , να την μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 6

Γ4. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η C_f τέμνει την ευθεία $(\varepsilon): y = 3$.

Μονάδες 5

Γ5. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η C_f βρίσκεται κάτω από την γραφική παράσταση της $g(x) = -x^2 + 4$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha + \beta \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega x)$, όπου $\beta > 0$ και $\alpha, \omega \in \mathbb{R}$, με πεδίο ορισμού το $[0, 4\pi)$. Αν η συνάρτηση έχει περίοδο $T = 4\pi$, διέρχεται από το σημείο $A(0, 1)$ και έχει ελάχιστη τιμή το -3 , τότε:

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = -1, \beta = 2, \omega = \frac{1}{2}$.

Μονάδες 8

Δ2. Να χαράξετε την γραφική παράσταση της f .

Μονάδες 7

Δ3. Να βρείτε τον αριθμό k αν ισχύει $f(4k - k^2 - 4) = 1$.

Μονάδες 5

Δ4. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\eta\mu\frac{2\pi}{7}\right)$ και $f\left(\eta\mu\frac{3\pi}{7}\right)$.

Μονάδες 5