

ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΤΕΤΑΡΤΗ 05 / 05 / 2021

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α:

A1. Να αποδείξετε ότι $\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$, για $\theta_1, \theta_2 > 0$ και $1 \neq a > 0$.

Μονάδες 9

A2. Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της ;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λανθασμένες.

α) Το υπόλοιπο της διαίρεσης οποιουδήποτε πολυωνύμου $P(x) : (x + \rho)$ είναι $v = P(\rho)$.

β) Η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

γ) Αν $\frac{3\pi}{2} < \omega < 2\pi$, τότε $\sin \omega < 0$.

δ) Ισχύει $\ln(\alpha + \beta) = \ln \alpha \cdot \ln \beta$, για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

ε) Η συνάρτηση $f(x) = e^{\rho x}$ ορίζεται σε όλο το \mathbb{R} .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu(11\pi - 2x) - \sigma\upsilon\nu\left(\frac{21\pi}{2} + 2x\right)$.

B1. Να δείξετε ότι $f(x) = 3\eta\mu 2x$.

Μονάδες 6

B2. Να βρεθεί η περίοδος T , καθώς και η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της.

Μονάδες 6

B3. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της f , σε πλάτος μιας περιόδου T .

Μονάδες 5

B4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

1. $f(x) = 0$.
2. $f(x) + \sin \frac{15\pi}{2} = f(\pi) - \sqrt[3]{27}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ:

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + ax^2 + \beta x - a + 1$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x + 2$ είναι ίσο με -5 και το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 3$.

Γ1. Να δείξετε ότι $\alpha = -2, \beta = -4$.

Μονάδες 7

Γ2. Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x^2 - 1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

Μονάδες 6

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) + 5x^2 - 15 > 0$.

Μονάδες 4

Γ4. Να εξετάσετε αν οι λύσεις της εξίσωσης $\sqrt{x+8} - \sqrt{x-4} = 2$ ανήκουν στο σύνολο λύσεων της ανίσωσης του ερωτήματος Γ3.

Μονάδες 4

Γ5. Αν $Q(x) = 2x^2 + 7x - 9$ να λύσετε την ανίσωση $\frac{P(x)+Q(x)}{x-4} + 2x > 0$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2^x - e^{2\ln a - x \ln 2}$, $a > 0$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το $M(2,3)$.

Δ1. Να δείξετε ότι $f(x) = 2^x - 2^{2-x}$.

Μονάδες 4

Δ2. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 3 \cdot 2^x - 6$.

Μονάδες 6

Δ3. Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 5

Δ4. Να λυθεί η εξίσωση $f(\ln^2 x - \ln x^2 - 1) = 3$.

Μονάδες 6

Δ5. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \ln f(x) - \sqrt{5 - x}$.

Μονάδες 4

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ