

1^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ
ΣΑΒΒΑΤΟ 13 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2018

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει ότι $\varepsilon\varphi\omega \cdot \sigma\varphi\omega = 1$.

Μονάδες 5

A2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A3. Πότε μια συνάρτηση f , ορισμένη σε ένα σύνολο A , παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο σε κάποιο σημείο $x_0 \in A$;

Μονάδες 5

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση κάθε άρτιας συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς τον άξονα yy' .

β) Ισχύει ότι $\varepsilon\varphi(\alpha - \beta) = \frac{\varepsilon\varphi\alpha + \varepsilon\varphi\beta}{1 - \varepsilon\varphi\alpha \cdot \varepsilon\varphi\beta}$.

γ) Αν $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, τότε $\eta\mu\omega < 0$.

δ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = (x+2)^4 - 3$ προκύπτει από την μετατόπιση της γραφικής παράστασης της $f(x) = x^4 - 3$, κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά.

ε) Η συνάρτηση $f(x) = \sigma\varphi x$ ορίζεται σε όλο το \mathbb{R} .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{4+x}$.

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

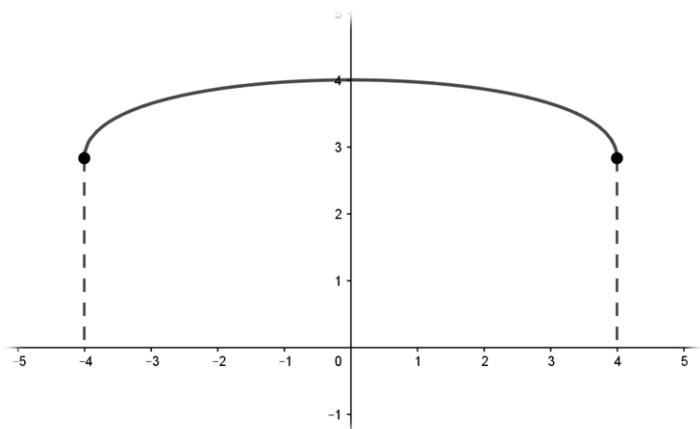
Μονάδες 5

B2. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή .

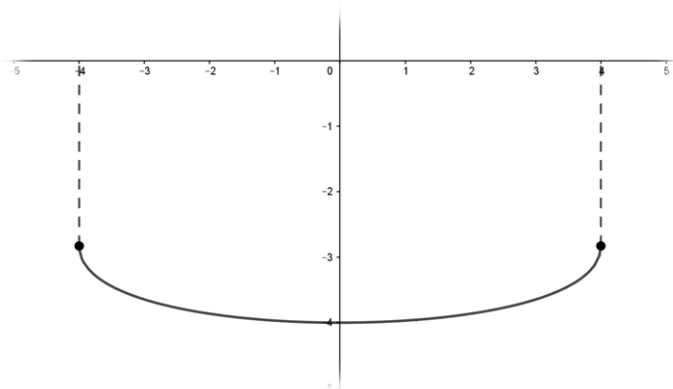
Μονάδες 7

B3. Η γραφική παράσταση της f είναι ένα από τα παρακάτω γραφήματα. Να επιλέξετε το σωστό, δικαιολογώντας γιατί απορρίπτονται όλα τα υπόλοιπα.

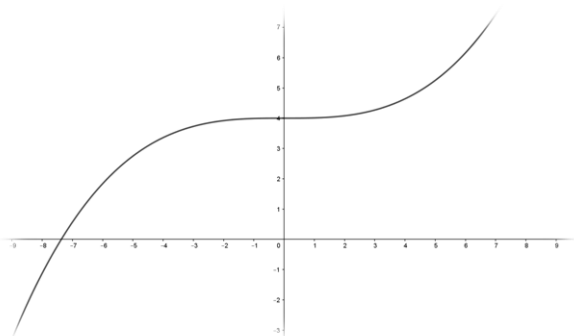
Σχήμα Α



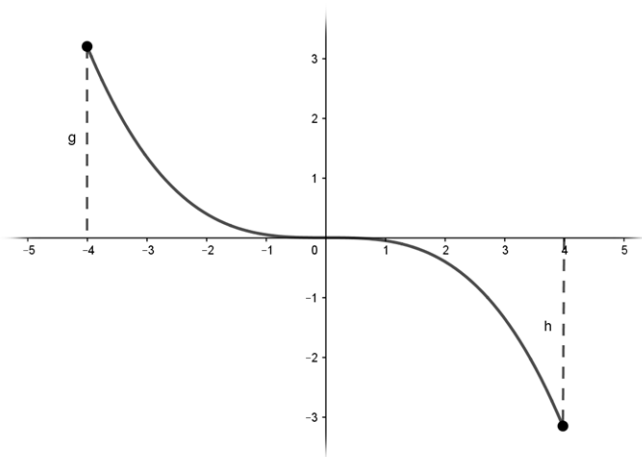
Σχήμα Β



Σχήμα Γ



Σχήμα Δ



Μονάδες 9

- B4.** Με βάση τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς μονοτονία και ακρότατα.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot \eta\mu(\omega x)$, $\alpha, \omega \in \mathbb{R}$ έχει περίοδο $T = 6\pi$ και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$.

- Γ1.** Να αποδείξετε ότι $f(x) = 2 \cdot \eta\mu \frac{x}{3}$ και να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.

Μονάδες 7

- Γ2.** Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της f , για $x \in [0, 6\pi]$.

Μονάδες 4

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) - 2\sigma\nu\nu\frac{49\pi}{4} = 2\sigma\nu\nu\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + f\left(\frac{15\pi}{4}\right)$.

Μονάδες 7

Γ4. Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f με την ευθεία $y = -\sqrt{3}$, στο διάστημα $(0, 6\pi)$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^3 + \beta x, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από τα σημεία $A(-1, -4)$ και $B(2, 14)$:

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$ και $\beta = 3$.

Μονάδες 6

Δ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 6

Δ3. Να λύσετε την ανίσωση $f(x^2 - 5) + 4 > 0$.

Μονάδες 6

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $\sigma\nu\nu^3 x - (x^2 + 1)^3 = 3(x^2 + 1) - 3\sigma\nu\nu x$.

Μονάδες 7