

2^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΣΑΒΒΑΤΟ 14 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2018

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΆΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι $\log_{\alpha} \theta_1 \cdot \theta_2 = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$, για $\theta_1, \theta_2 > 0$ και $0 < \alpha \neq 1$.

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το υπόλοιπο της διαίρεσης οποιουδήποτε πολυωνύμου $P(x) : (x + \rho)$ είναι $v = P(\rho)$.

β) Η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

γ) Αν $\frac{3\pi}{2} < \omega < 2\pi$, τότε $\sin \omega < 0$.

δ) Ισχύει $\ln(\alpha + \beta) = \ln \alpha \cdot \ln \beta$, για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

ε) Η συνάρτηση $f(x) = e^{\rho x}$ ορίζεται σε όλο το \mathbb{R} .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - \alpha x^2 + \beta x + 12$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, για το οποίο γνωρίζουμε ότι:

- Το $(x - 2)$ είναι παράγοντας του $P(x)$.
- Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x - 1)$ ισούται με 10.

B1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 7$ και $\beta = 4$.

Μονάδες 7

B2. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 7

B3. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$.

Μονάδες 6

B4. Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x^2 - x + 1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\eta\mu^2 x}{1 - \sigma\upsilon\nu x}$, $x \neq 2\kappa\pi, \kappa \in \mathbb{Z}$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $f(x) = 1 + \sigma\upsilon\nu x$, $x \neq 2\kappa\pi, \kappa \in \mathbb{Z}$.

Μονάδες 5

Γ2. Να βρείτε την περίοδο της f , καθώς και τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμές αυτής.

Μονάδες 4

Γ3. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{f\left(\frac{2\pi}{3}\right) + f\left(\frac{5\pi}{3}\right)}{\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) \cdot \varepsilon\varphi\omega + 1} + \varepsilon\varphi \frac{21\pi}{4}$.

Μονάδες 7

Γ4. Να λύσετε την εξίσωση $f^2(x) - \eta\mu^2 x = 3\sigma\upsilon\nu x + 1$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+\alpha} - 8$, $\alpha \in \mathbb{R}$ και $g(x) = \log(2^{x+3} - 8)$.

Δ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των f, g .

Μονάδες 4

Δ2. Αν το σημείο $M(-3, -4)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της f , να δείξετε ότι $\alpha = 2$.

Μονάδες 5

Δ3. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 5

Δ4. Να λυθεί η εξίσωση $g(x) - \log e^{\ln 3} = 3 \log 2$.

Μονάδες 5

Δ5. Να λυθεί η ανίσωση $4^x - 2^x > 10^{g(x)}$.

Μονάδες 5