

1^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ
 ΚΥΡΙΑΚΗ 13 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2019

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
 ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει ότι $\varepsilon\phi\omega \cdot \sigma\phi\omega = 1$.

Μονάδες 5

A2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση κάθε περιττής συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς τον άξονα yy' .

β) Ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \eta\mu\alpha$.

γ) Αν $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, τότε $\eta\mu\omega < 0$.

δ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = (x+2)^4 - 3$ προκύπτει από την μετατόπιση της γραφικής παράστασης της $f(x) = x^4 - 3$, κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά.

ε) Υπάρχει γωνία ω , τέτοια ώστε $\varepsilon\phi\omega = 3$.

Μονάδες 10

A4. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

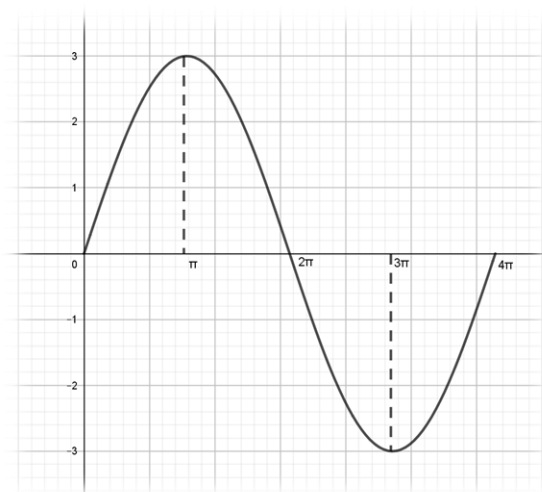
i. Το διπλανό σχήμα παριστάνει μέρος της γραφικής παράστασης της συνάρτησης:

α) $f(x) = 3\eta\mu x$

β) $f(x) = 3\eta\mu 2x$

γ) $f(x) = 3\sigma\upsilon\nu 2x$

δ) $f(x) = 3\eta\mu \frac{x}{2}$



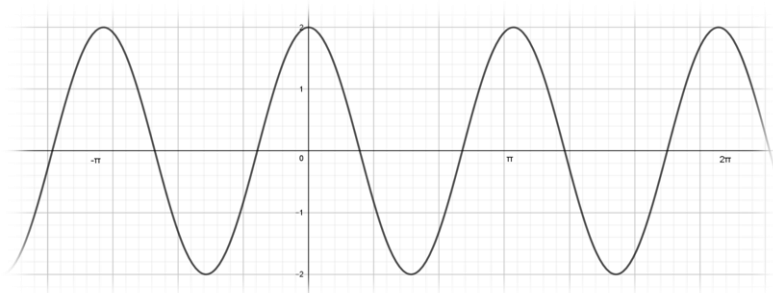
ii. Το διπλανό σχήμα παριστάνει μέρος της γραφικής παράστασης της συνάρτησης:

α) $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu x$

β) $f(x) = 2\eta\mu 2x$

γ) $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu 2x$

δ) $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu \frac{x}{2}$



Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^3 + \beta x$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Αν η C_f διέρχεται από τα σημεία $A(1,6)$ και $B(2,18)$.

B1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1, \beta = 5$.

Μονάδες 6

B2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 6

B3. Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή.

Μονάδες 6

B4. Να λυθεί η εξίσωση $f(-4\sigma\upsilon\nu x) - 18 = 0$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot \eta\mu(\omega x) + 1, \alpha, \omega \in \mathbb{R}$ έχει περίοδο $T = \pi$ και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A\left(\frac{\pi}{4}, -1\right)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $f(x) = -2 \cdot \eta\mu 2x + 1$ και να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.

Μονάδες 7

Γ2. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της f , για $x \in [0, \pi]$.

Μονάδες 6

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) - 2\sigma\upsilon\nu\frac{17\pi}{3} = -2\sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

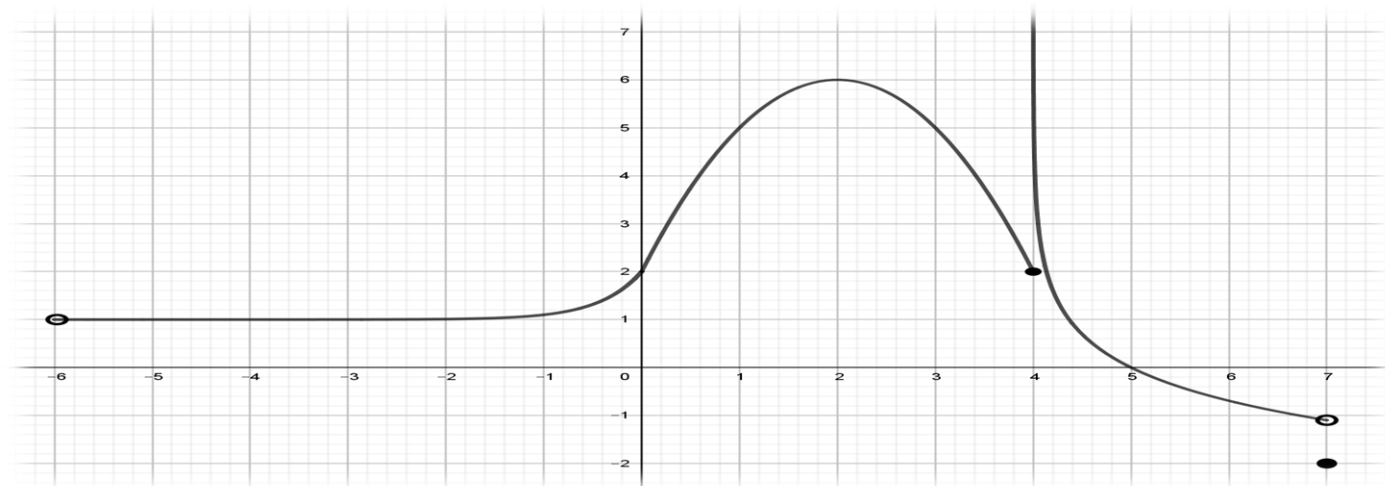
Μονάδες 7

Γ4. Να συγκρίνετε του αριθμούς $f\left(\frac{\pi}{8}\right), f\left(\frac{\pi}{9}\right)$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .



Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f .

Μονάδες 4

Δ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος, τη θέση και την τιμή των ακροτάτων της f .

Μονάδες 4

Δίνεται, επίσης, η συνάρτηση $g(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{1 + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}$, με $x \neq 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}$.

Δ3. Να δείξετε ότι $g(x) = \eta\mu x + 1, x \neq 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}$.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε την παράσταση $A = \frac{f(0) \cdot 10^{2g\left(\frac{5\pi}{6}\right)} + 3f(2)}{\epsilon\varphi\frac{13\pi}{4} \cdot \sigma\varphi\frac{33\pi}{4}} + g\left(\frac{10\pi}{3}\right) + \sigma\upsilon\nu\frac{11\pi}{6}$.

Μονάδες 6

Δ5. Να λυθεί η εξίσωση $2 \cdot g^2(x) - 4 = \eta\mu x$.

Μονάδες 5