

2^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΠΕΜΠΤΗ 2 ΜΑΙΟΥ 2019

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι $\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$, για $\theta_1, \theta_2 > 0$ και $0 < \alpha \neq 1$.

Μονάδες 9

A2. Έστω μια συνάρτηση f , ορισμένη σε ένα σύνολο A . Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο σε κάποιο $x_0 \in A$;

Μονάδες 6

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση κάθε περιττής συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς τον άξονα yy' .

β) Ισχύει ότι $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \eta\mu\alpha$.

γ) Αν $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, τότε $\eta\mu\omega < 0$.

δ) Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν.

ε) Για κάθε ζεύγος αριθμών $x, y (x > 0, y > 0)$ ισχύει $\ln(x - y) = \frac{\ln x}{\ln y}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi - 3x) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$, $x \in \mathbb{R}$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

B1. Να αποδείξετε ότι $f(x) = 2\eta\mu 3x$.

Μονάδες 6

B2. Να βρεθεί η περίοδος της f , η μέγιστη τιμή και η ελάχιστη της.

Μονάδες 5

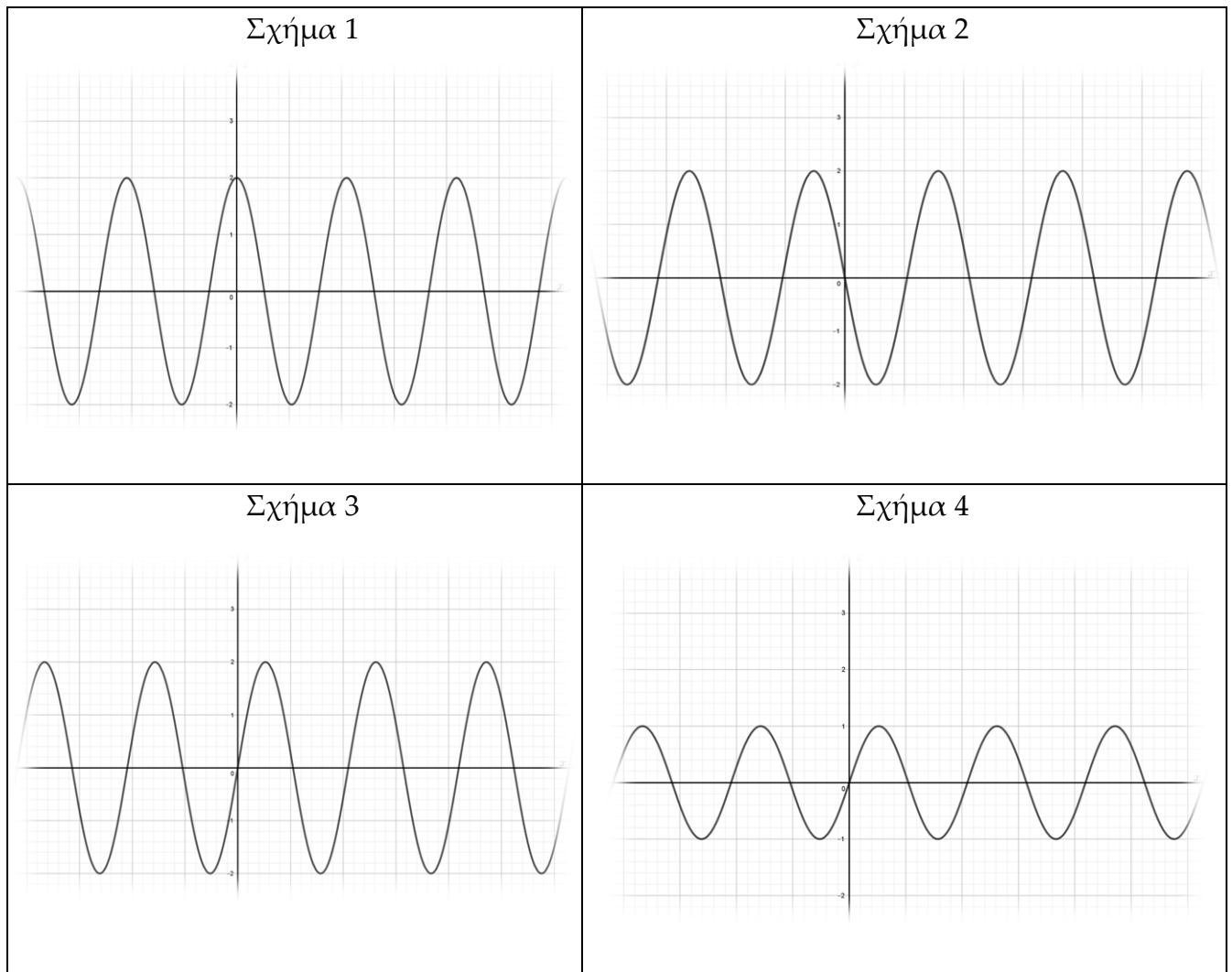
B3. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

i. $f(x) + 1 = 0$.

ii. $f(x) + \sqrt{2} = 2\eta\mu\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + f\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

Μονάδες 9

B4. Ποια από τις παρακάτω καμπύλες είναι η γραφική παράσταση της f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha \cdot x^2 - \beta \cdot x - 6, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Αν το $(x+1)$ είναι παράγοντας του $P(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x-3)$ είναι 24:

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 2, \beta = 5$.

Μονάδες 7

Γ2. Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 6

Γ3. Να λυθεί η ανίσωση $P(x) < 0$.

Μονάδες 6

Γ4. Να λυθεί η ανίσωση
$$\frac{P(x) \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \right)^x - \frac{1}{8} \right]}{\ln x - 1} \geq 0 .$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με τύπο $f(x) = (\lambda^3 - \lambda - 5)^x$. Αν γνωρίζουμε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} :

Δ1. Να δείξετε ότι $\lambda > 2$.

Μονάδες 5

Δ2. Να λυθεί η ανίσωση
$$\ln \left[\frac{f(2^x + 12)}{f(2^{x-1} + 2^{x+1})} \right] < 0 .$$

Μονάδες 5

Δ3. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ ισχύει $\log(\lambda - 1) = \log \frac{1}{\lambda + 2} + e^{f(0)-1}$.

Μονάδες 6

Για $\lambda = 3$:

Δ4. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) + f(-x) = 2$.

Μονάδες 6

Δ5. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x) + f(-x) - 2, x \in \mathbb{R}$ βρίσκεται πάνω από την ευθεία $y = \ln \frac{2}{3}$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 3